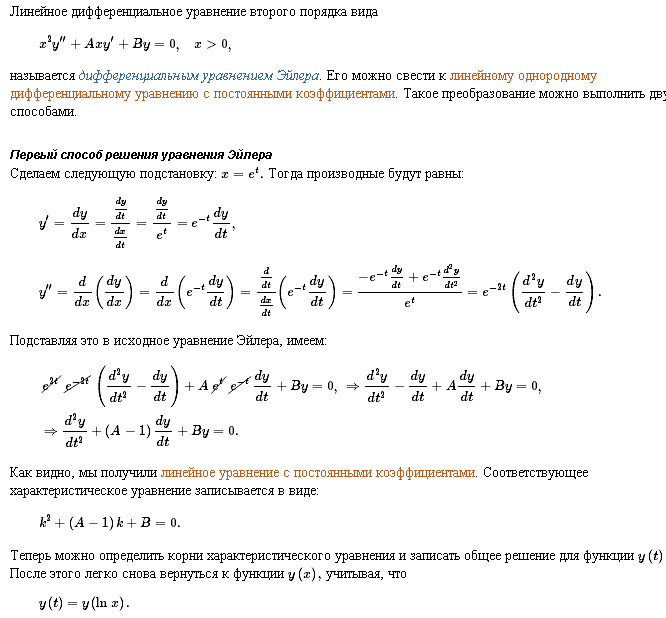
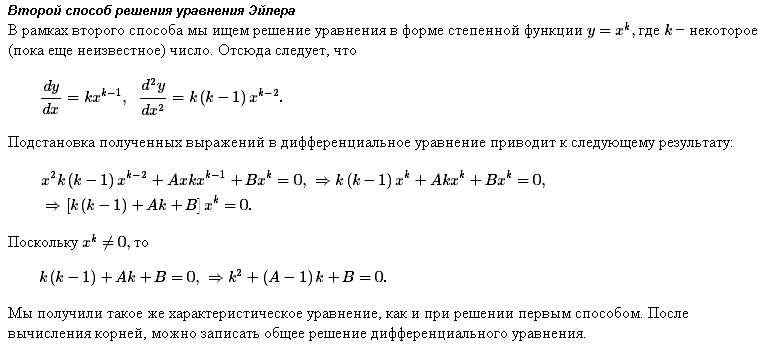
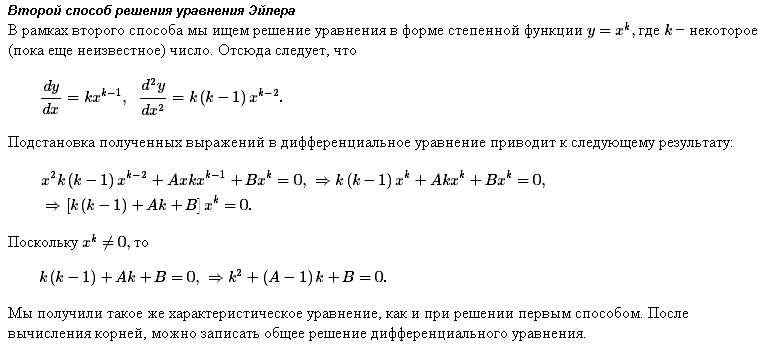
**ЗАНЯТИЕ 11. УРАВНЕНИЕ ЭЙЛЕРА. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ**

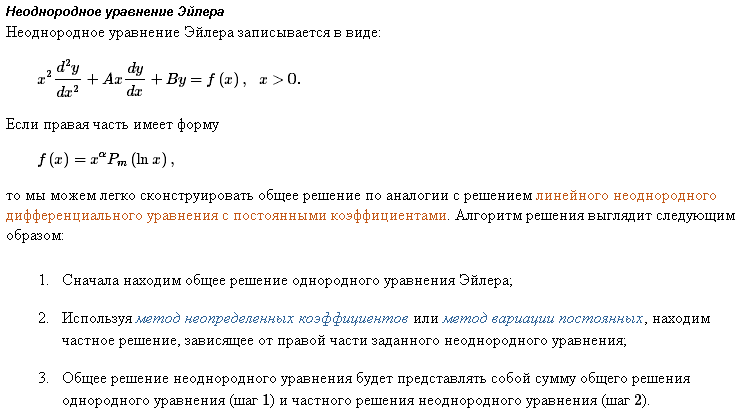
**УРАВНЕНИ1**

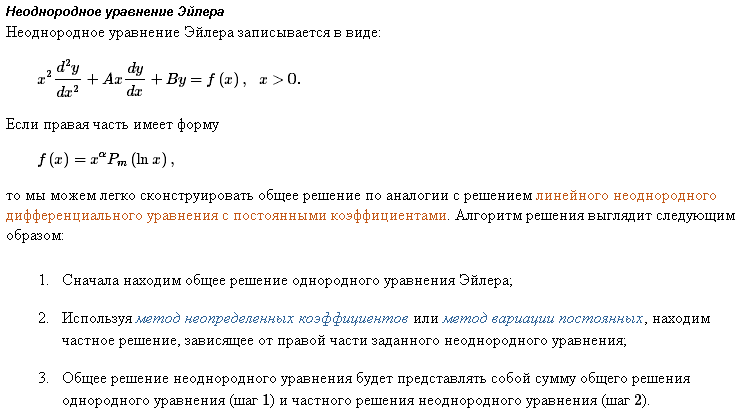
1. **Уравнение Эйлера 2-го порядка имеет следующий вид:**

****

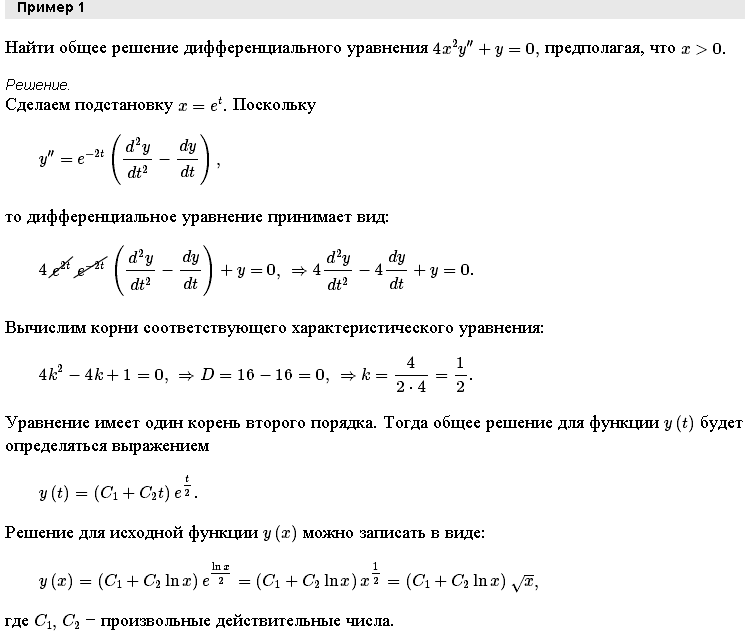
****

****

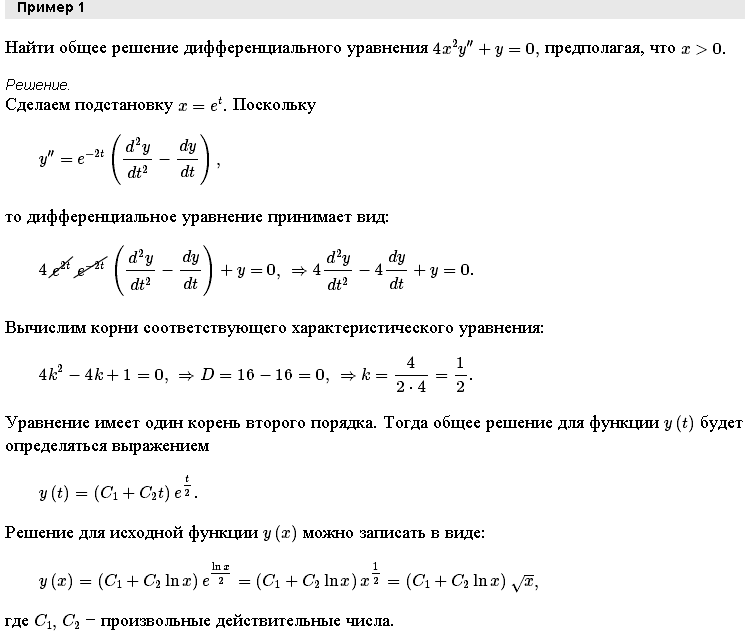
****

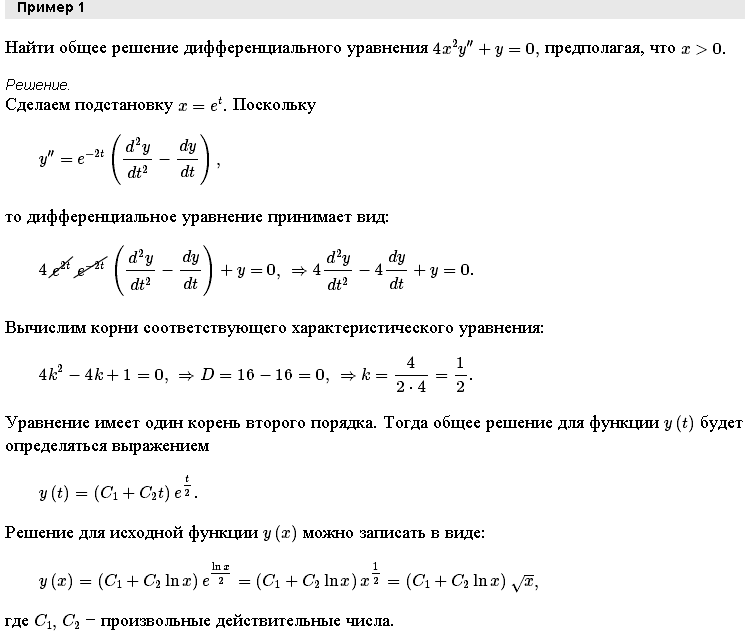
****

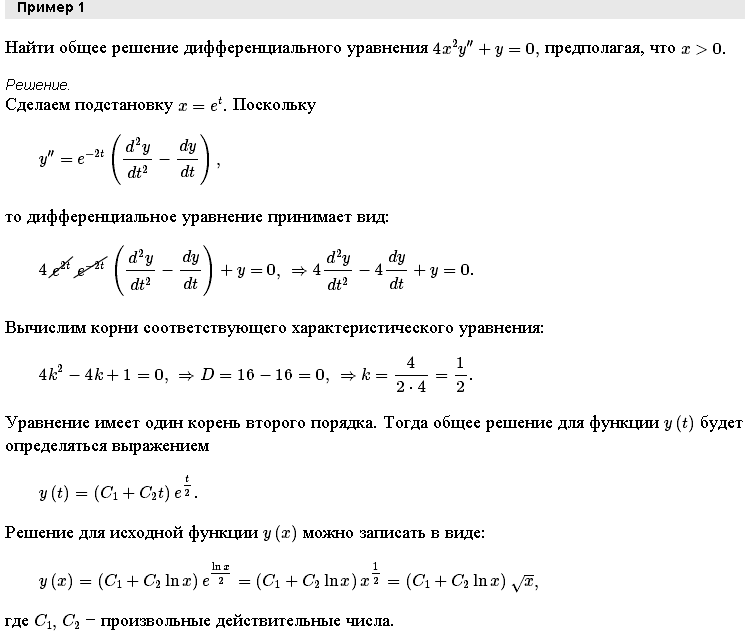
**Пример 1.**

****

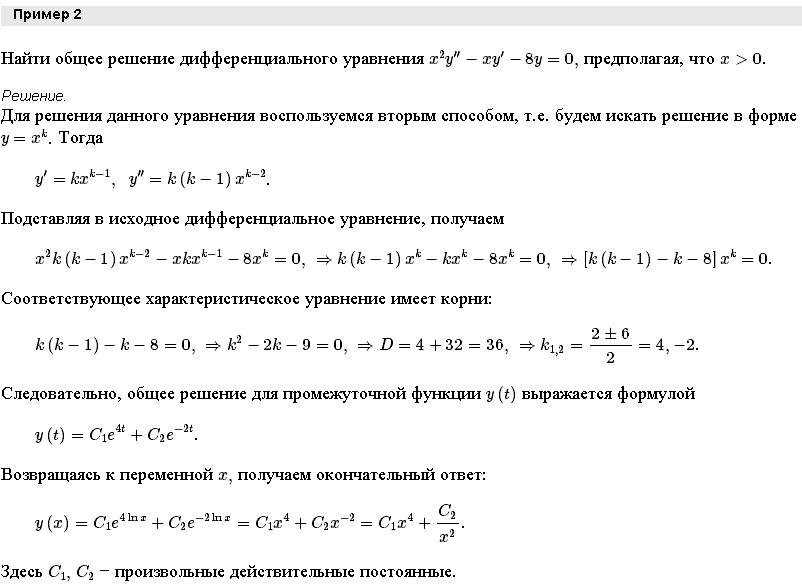
что *x* > 0.

****

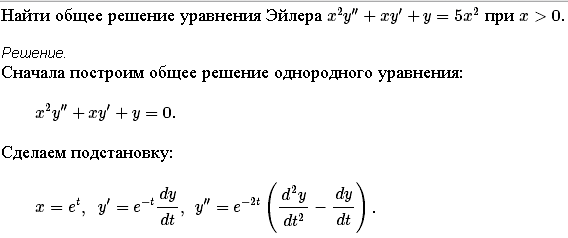
****

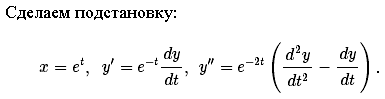
****

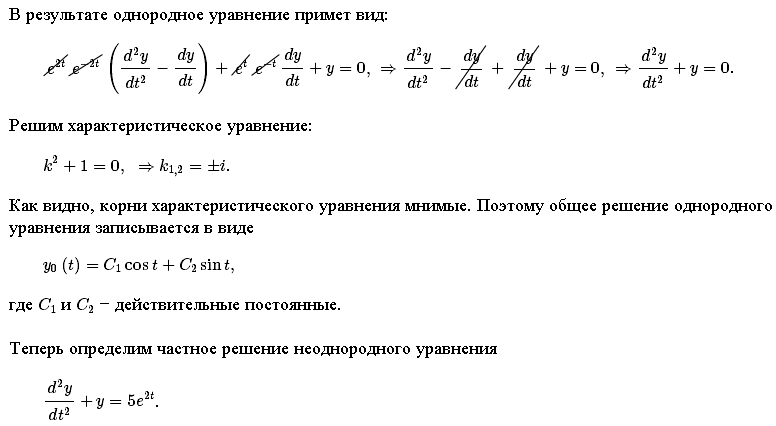
**Пример 2.**

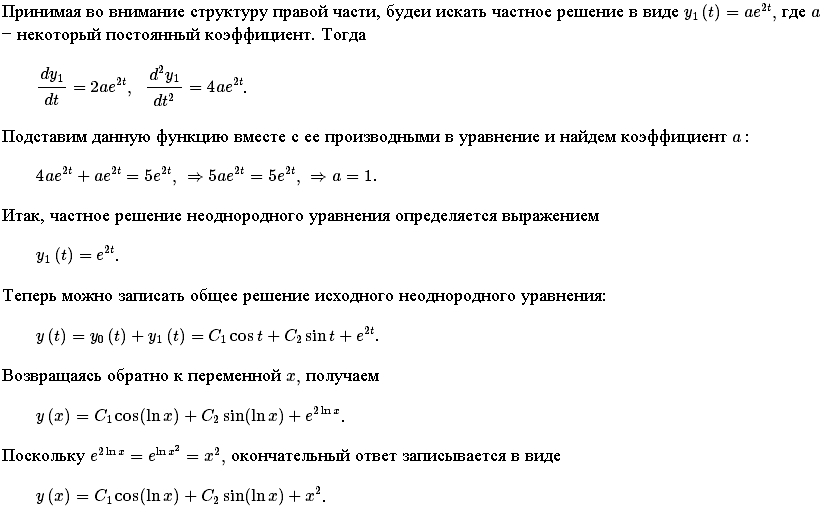


**Пример 3.**

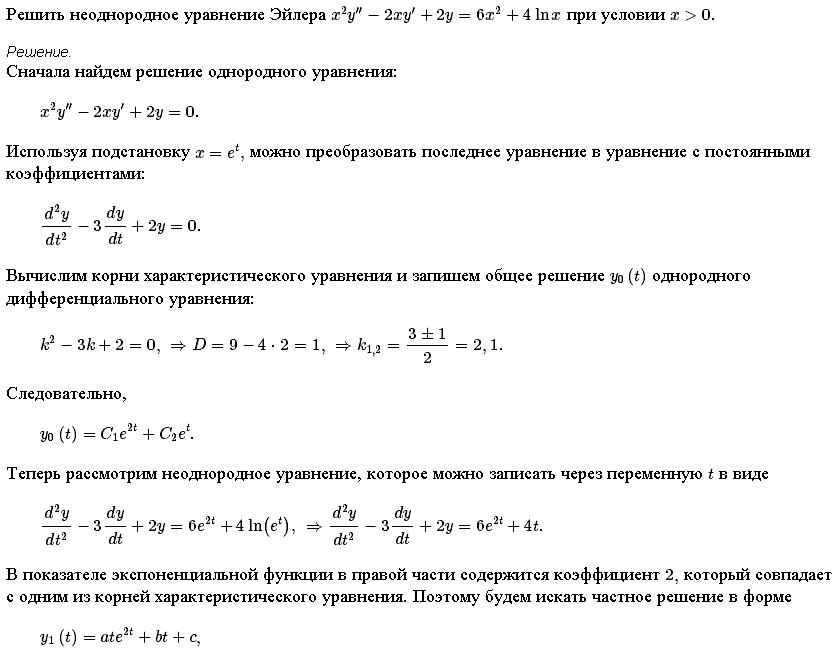
****



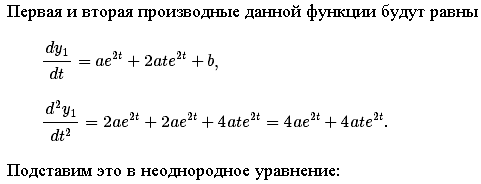




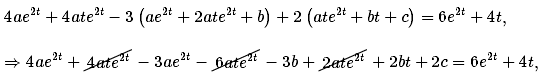
**Пример 4.**

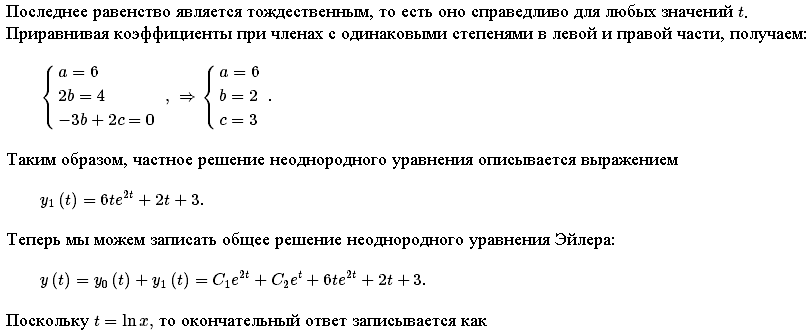
****

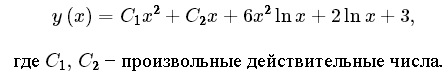
****

****

****

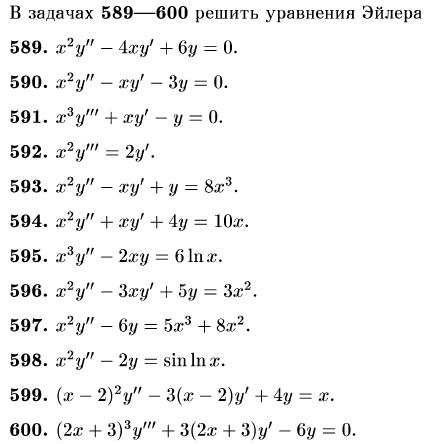
****

****

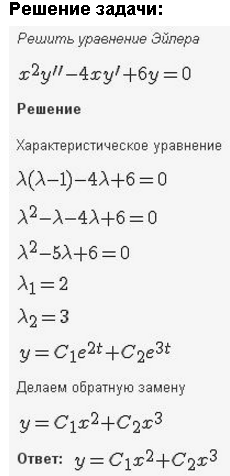
****

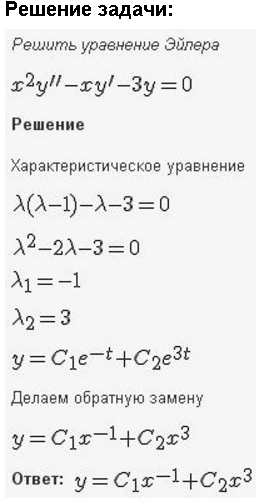
**Решить следующие уравнения Эйлера (любым способом)**

**– это задача № 2 на контрольной:**

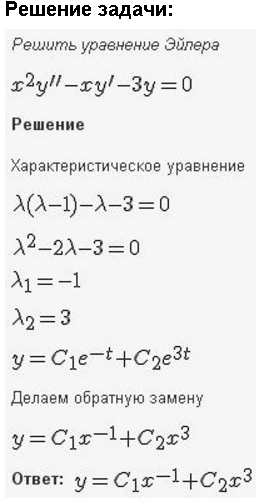


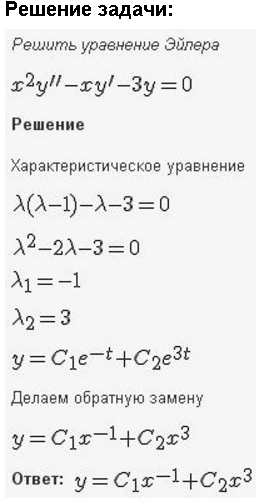
***Решение.*** Это однородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  Тогда  и исходное уравнение принимает вид: . Это линейное однородное уравнение (ЛОДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения: , . Значит общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид:

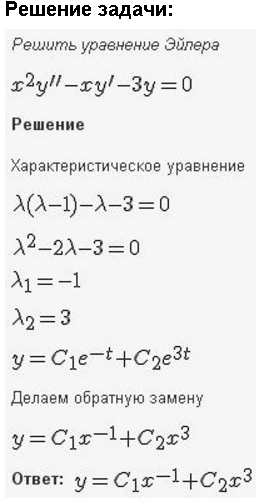
****

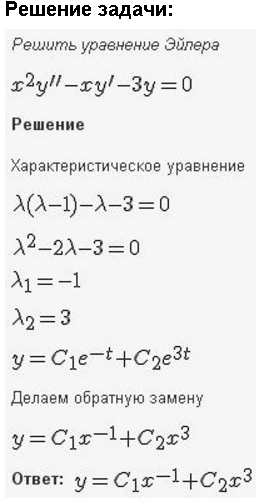
**590. **

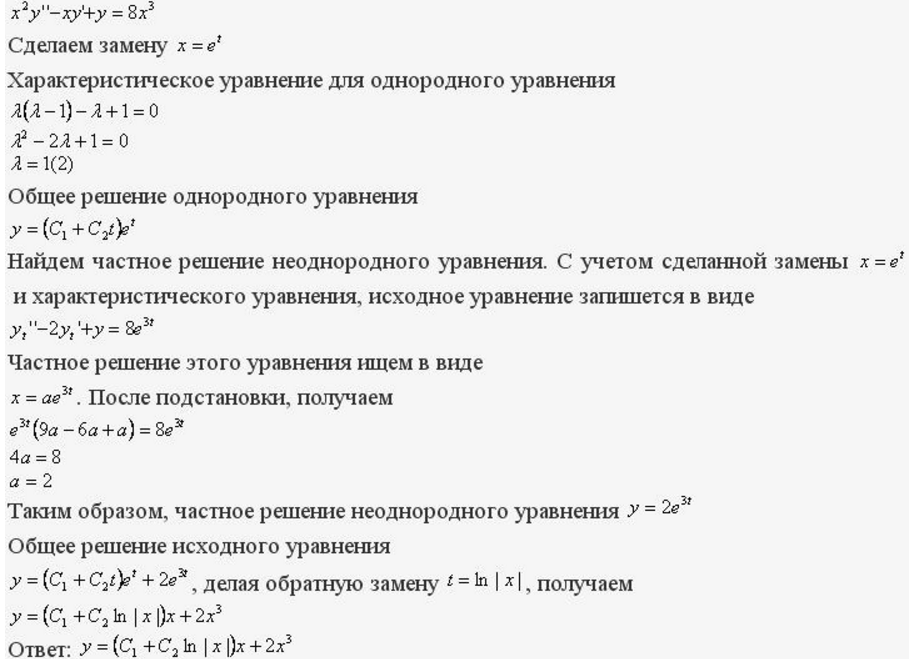
***Решение.*** Это однородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  Тогда  и исходное уравнение принимает вид: . Это линейное однородное уравнение (ЛОДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения: , . Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид:

****

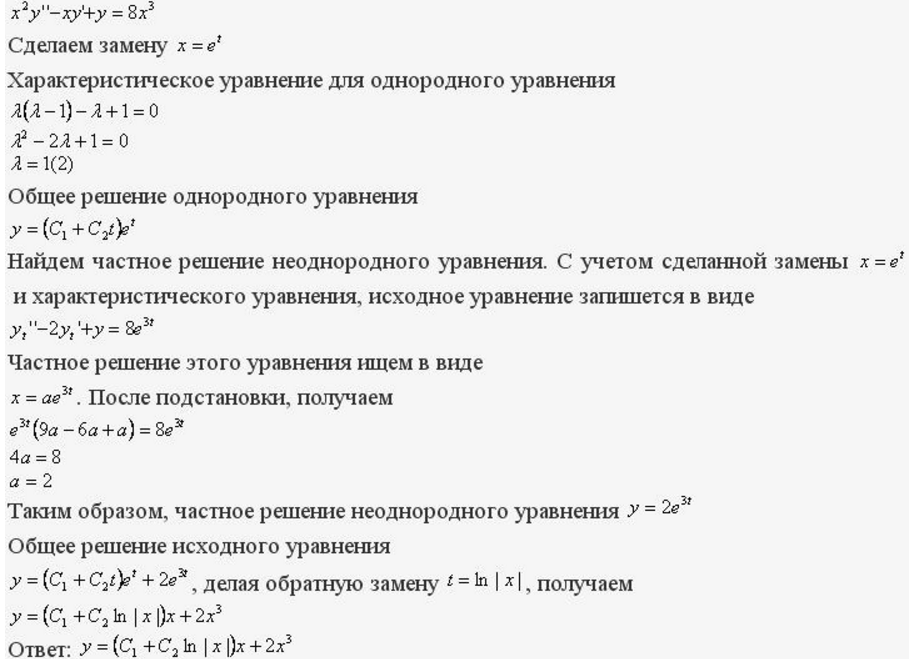
****

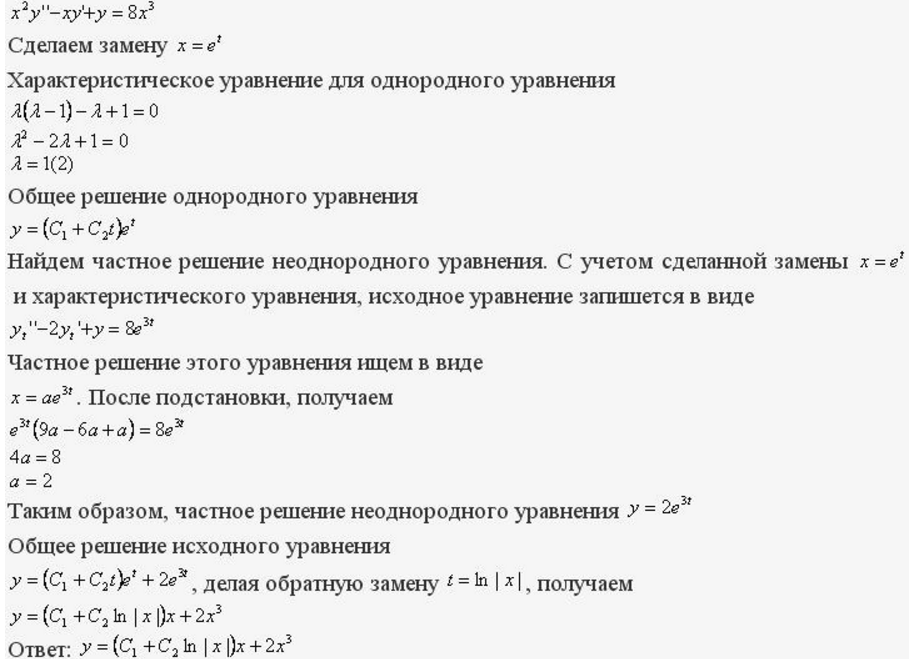
****

****

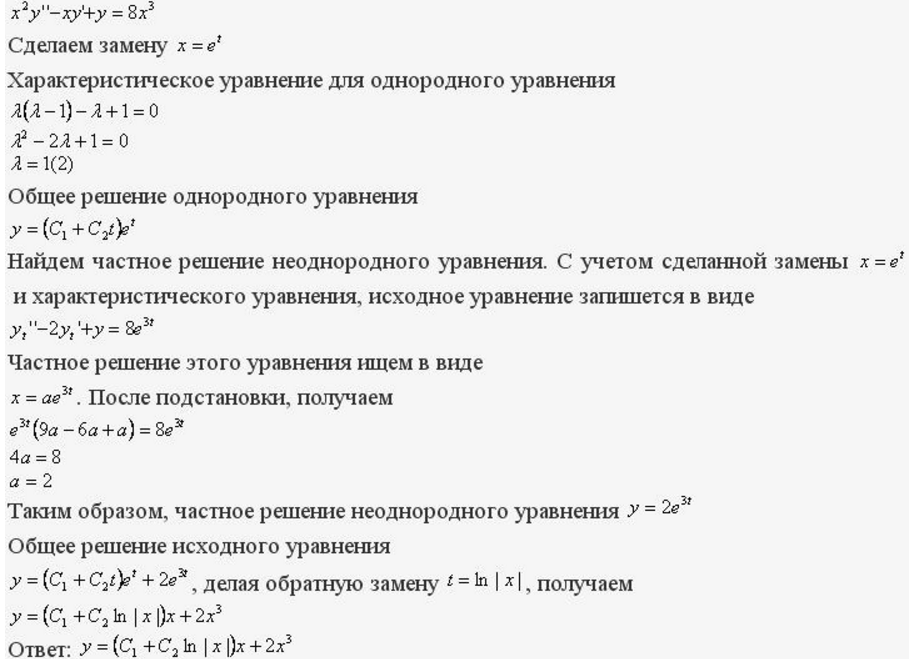
**593. **

***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: . Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решение  кратности 2.

****

****

Общее решение ЛНДУ для *у*(*t*) есть:

****

**594.** 

***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: . Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения:  Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид (см. занятие № 10):: . Частное решение *yч*(*t*) с учетом правой части будем искать в виде: *yч*(*t*) . После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем: + или . Таким облазом общее решение ЛНДУ для *y*(*t*) имеет вид: . Делая обратную замену , окончательно получим решение:  .

Ответ: .

**596.** 

***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения:   Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид (см. занятие № 10): . Частное решение *yч*(*t*) с учетом правой части будем искать в виде: *yч*(*t*) . После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем:  или . Таким образом, общее решение ЛНДУ для *y*(*t*) имеет вид: . Делая обратную замену , окончательно получим решение: .

Ответ: .

**597.** 

***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения:   Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид (см. занятие № 10): . Частное решение *yч*(*t*) с учетом правой части будем искать при помощи принципа суперпозиции: *yч*(*t*) = *yч1*(*t*) + *yч2*(*t*), где *yч1*(*t*) . После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем:  или . Поскольку член  уже содержится в общем решении ЛОДУ для *y*(*t*), то *yч2*(*t*) ищем в виде (см. занятие № 10): *yч2*(*t*)  После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем:  или .

Таким образом, общее решение ЛНДУ для *y*(*t*) имеет вид:  . Делая обратную замену , окончательно получим решение: 

Ответ: 

**598.** 

***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решения:   Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид (см. занятие № 10): . Частное решение *yч*(*t*) с учетом правой части будем искать в виде (см. занятие № 10): *yч*(*t*) . После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем: . Приравнивая коэффициенты при  и , получим: и . Откуда  и 

Таким образом, общее решение ЛНДУ для *y*(*t*) имеет вид:  Делая обратную замену , окончательно получим решение: 

Ответ: 

**599.** 

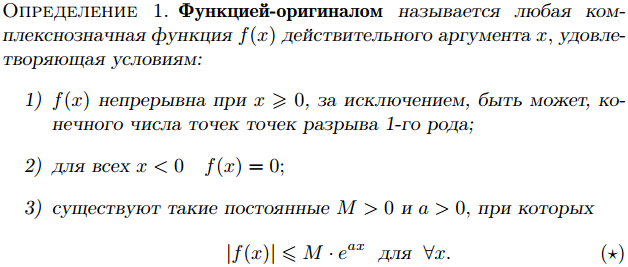
***Решение*.** Это неоднородное уравнение Эйлера. Сделаем подстановку  (значит, ). Тогда  и исходное уравнение принимает вид: Это линейное неоднородное уравнение (ЛНДУ) для *y*(*t*). Запишем для него характеристическое уравнение: . Его решение  кратности 2. Значит, общее решение ЛОДУ для *y*(*t*) имеет вид (см. занятие № 10): . Частное решение *yч*(*t*) с учетом правой части будем искать при помощи принципа суперпозиции: : *yч*(*t*) = *yч1*(*t*) + *yч2*(*t*), где *yч1*(*t*) . После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем: или  Для *yч2*(*t*) решение ищем в виде: *yч2*(*t*)  После подстановки в исходное уравнение для *y*(*t*) найдем:  или .

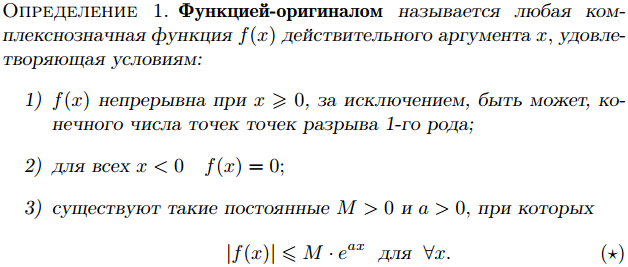
Таким образом, общее решение ЛНДУ для *y*(*t*) имеет вид:  Делая обратную замену , окончательно получим решение: 

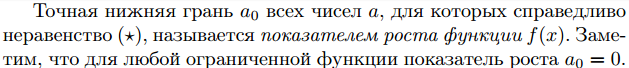
Ответ: .

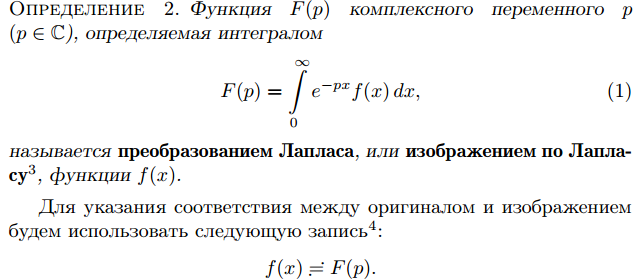
1. **Применение операционного исчисления для решения линейных**

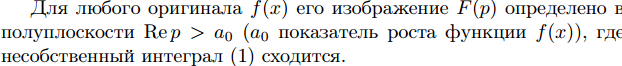
**дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

****

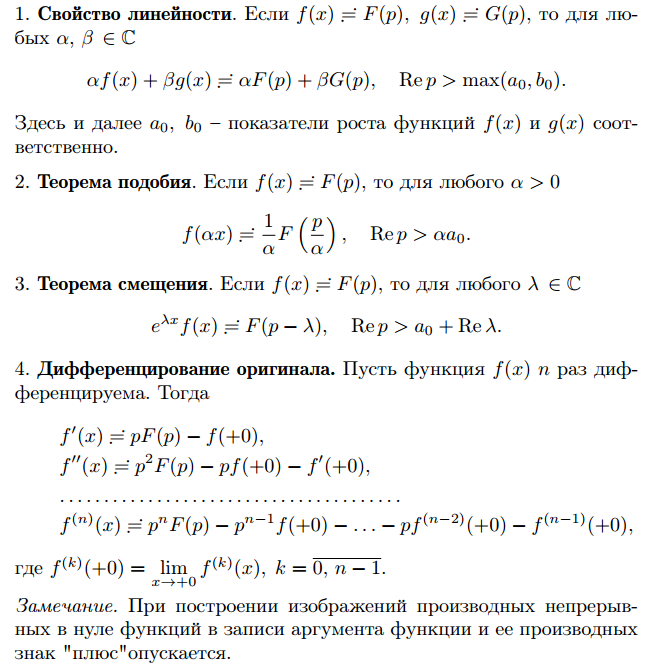
****

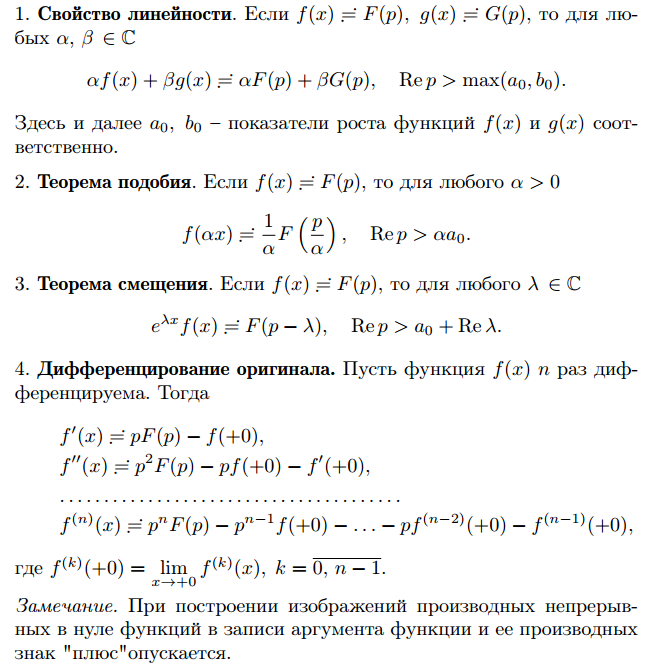
****

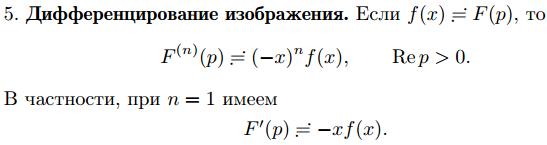
****

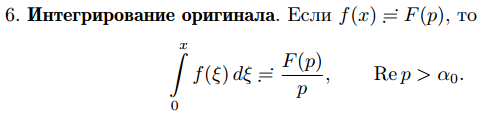
****

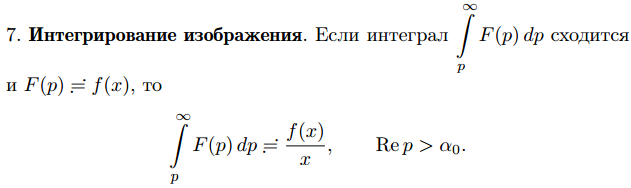
**Свойства преобразования Лапласа:**

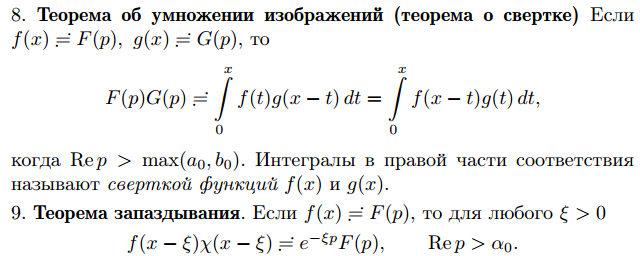
****

****

****

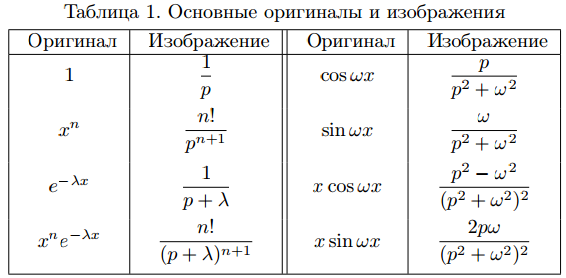
****

****

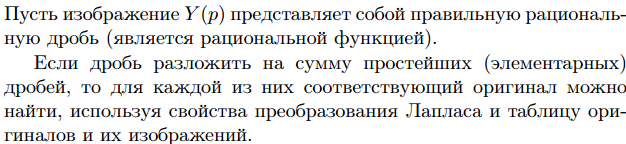
****

Оригиналы и изображения для некоторых наиболее часто используемых

функций приведены в следующей таблице:



**Восстановление оригинала по изображению:**

****

Действительно:

****

Выполнив преобразование дроби

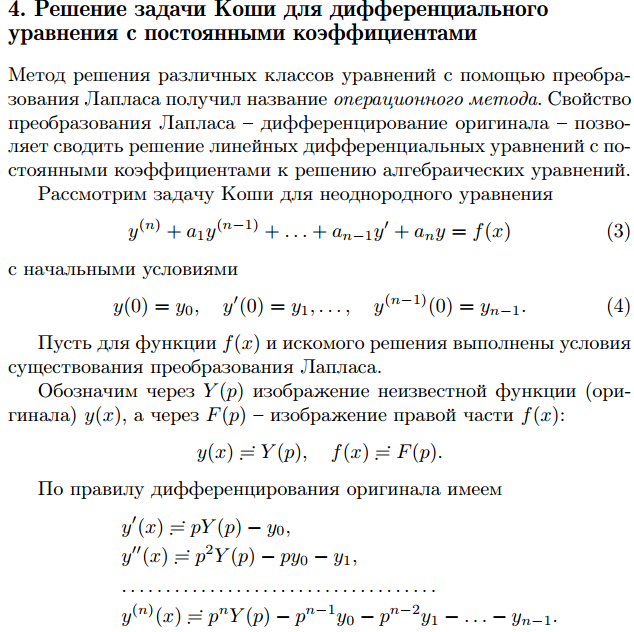
****

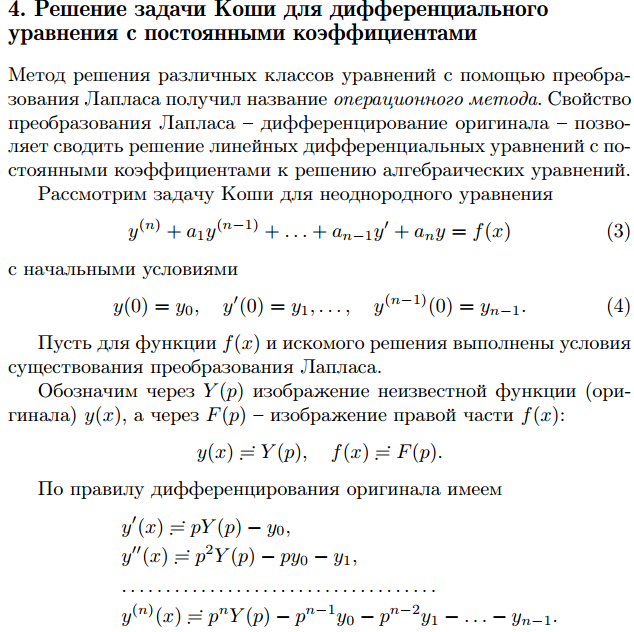
получим:

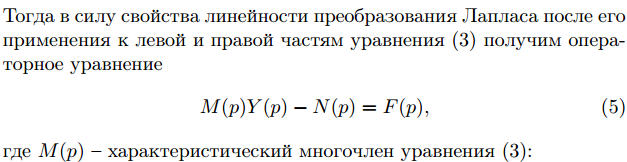


**Решение задачи Коши для дифференциальных уравнений с постоянными**

**коэффициентами**

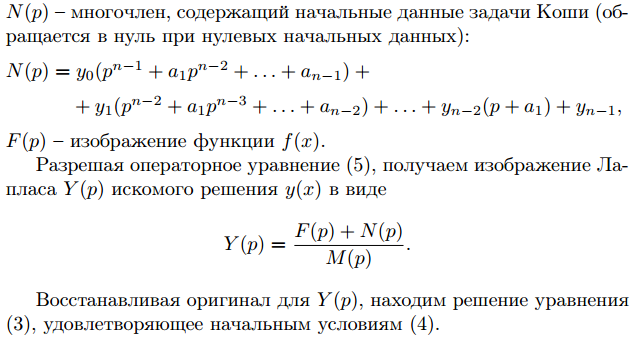


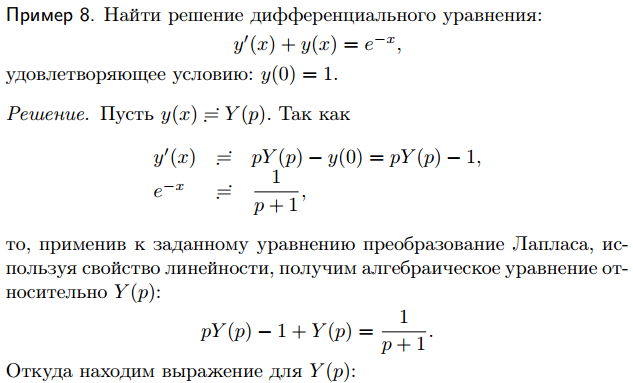




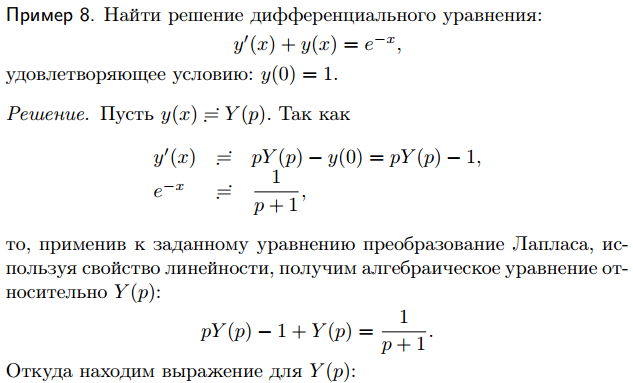


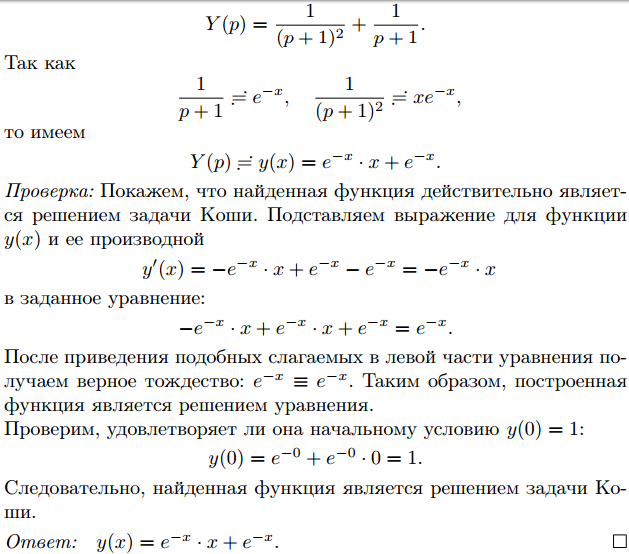


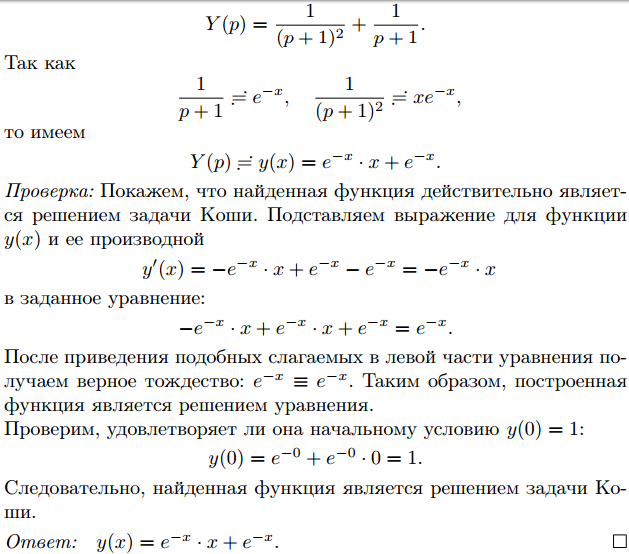


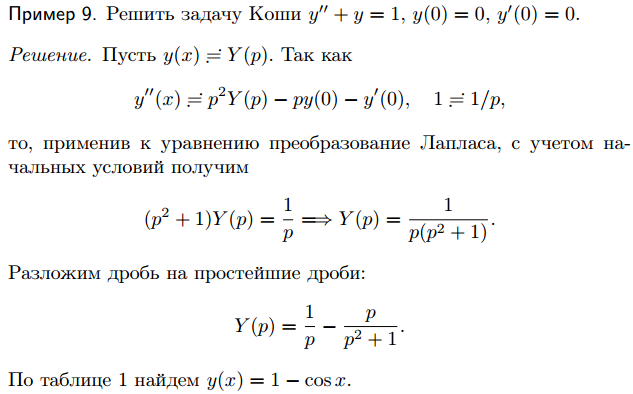
****

**Пример 1.**

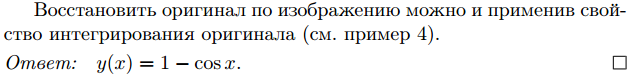
****

****

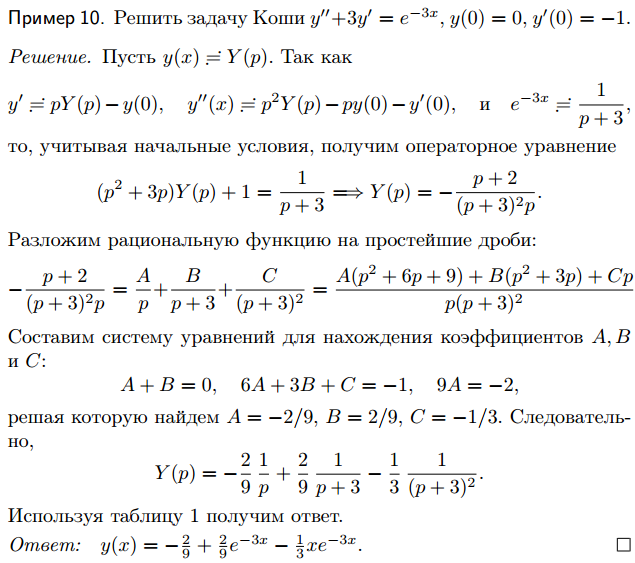
Ответ:****

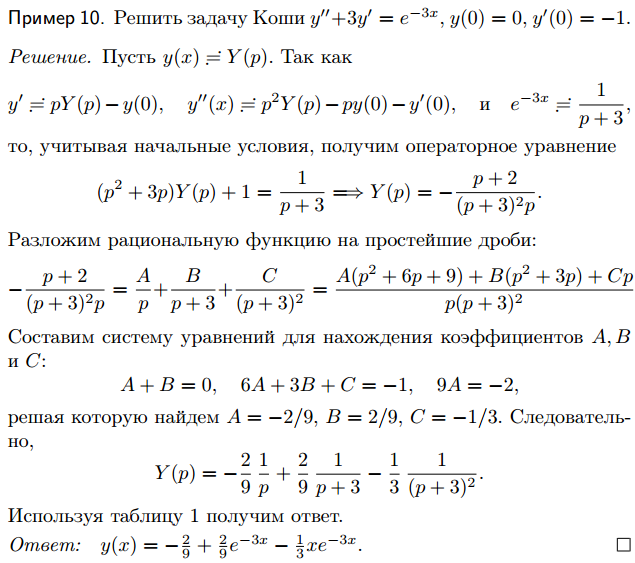
****

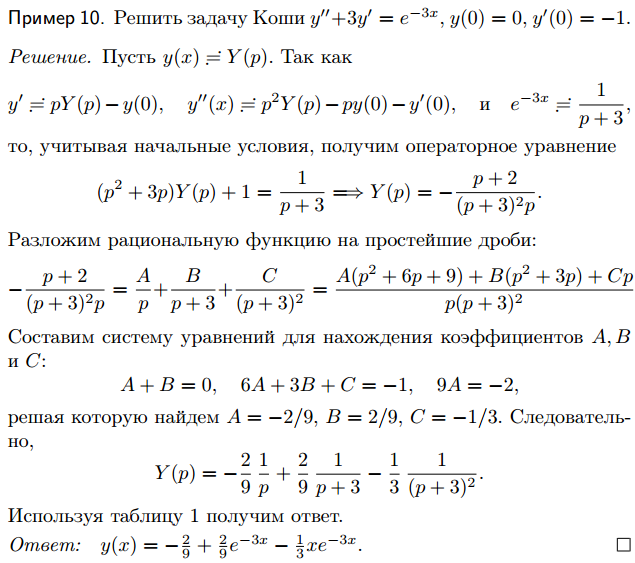
**Пример 2.**

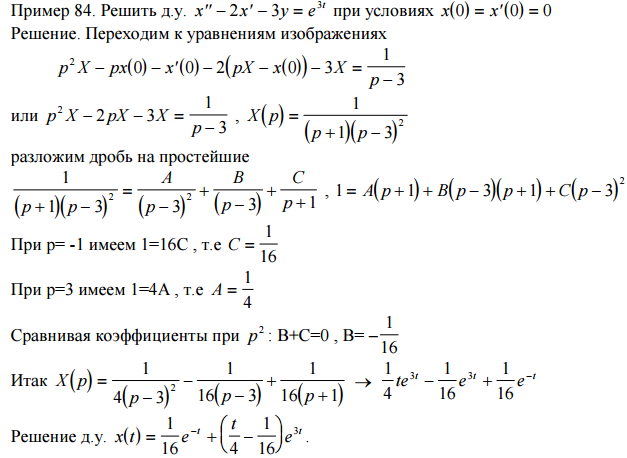
****

**Пример 3.**

****

****

****

****

**Пример 4.**

Ответ:

**Домашнее задание** (все номера по Филиппову):

1. Тщательно проанализировать решения задач №№ 589 – 599. Решить № 595.
2. Решить следующие задачи Коши при помощи операционного метода (преобразования Лапласа):

